

Del juego a las matemáticas: una estrategia innovadora en la práctica docente

ÓSCAR RAÚL RUIZ MURCIA*

Introducción

En general, en el contexto escolar colombiano se observa con frecuencia que una de las dificultades de la educación es la solución de problemas en el campo de las matemáticas, así lo indican informes del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2010), que apuntan a inquietudes como: ¿Cuál es el rendimiento de los alumnos de la región? ¿Qué hacer para mejorar la calidad educativa? ¿Cómo puede la educación mejorar las posibilidades de millones de estudiantes? Preguntas consideradas precisamente en el “Primer estudio internacional comparativo en lenguaje, matemática y factores asociados”, realizados por la Unesco (2009).

En esta investigación participaron 55.000 estudiantes de educación básica, padres, tutores, profesores y directores de escuelas de Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Cuba, Honduras, México, Paraguay, Perú, República Dominicana y Venezuela. Los resultados, que *Al Tablero* (MEN, 2010) da a conocer, constituyen un insumo importante para la formulación y ejecución de las políticas educativas en los países de la región. La idea es que los encargados de la toma de decisiones encuentren en este estudio información de apoyo y orientación para los procesos de racionalización y focalización de recursos para mejorar la calidad y la equidad de la educación. Los resultados en matemáticas,

* Licenciado en Matemáticas:. Vinculado al distrito desde hace diez años y con catorce años de ejercicio docente.

salvo el caso de Cuba, son bajos y desiguales. Los alumnos reconocen signos y estructuras, pero tienen escasa capacidad para resolver problemas matemáticos simples de la vida cotidiana.

Al analizar los resultados de las Pruebas Saber para los grados quinto y noveno de 2009 de matemáticas, en el colegio Cedit San Pablo de Bosa, se puede concluir que al comparar los niveles de desempeño en el ámbito nacional, Bogotá, local y el colegio, la institución está por debajo de las expectativas esperadas para el nivel nacional. Los porcentajes son bajos en los niveles satisfactorio y 0% en el avanzado. En comparación con Bogotá se está en un nivel medio, y en la localidad, se sitúa en un nivel alto.

En cuanto a competencias matemáticas, el Cedit San Pablo de Bosa es débil en el razonamiento, formulación de problemas especialmente en el geométrico y la solución de problemas, un poco más fuerte en la solución de problemas numéricos, en el campo de la probabilidad.

Los resultados obtenidos son consecuencia de la apatía de los alumnos hacia las matemáticas, además de los problemas que presentan en la lectura competente de los textos, problemas que generan numerosas dudas en el entendimiento de lo que se lee, y por tanto, en sus alternativas de solución.

Es a partir del reconocimiento de esta dificultad que se propone realizar una innovación con un juego que por ser fácil de manejar y de entender en cuanto a que sus reglas son simples, y que dado que requiere de una estrategia para solucionar el juego, resulta apropiado para los propósitos de mejoramiento en el área mencionada. Frente a esta situación, cabe mencionar las preguntas que se hace Miguel de Guzmán (año) en su artículo “Juegos matemáticos en la enseñanza”: ¿Dónde termina el juego y dónde comienza la matemática? Puesto que como él mismo lo sugiere, este interrogante admite muchas respuestas, pero para el ejercicio docente depende ante todo de los objetivos formativos de los profesores y del tipo de juego que se va a aplicar.

Fundamentos teóricos

El estudio de este trabajo está enfocado en las estrategias pedagógicas que, como lo formula Antanas Mockus y su grupo de investigación (1984), son acciones que realiza el maestro con el propósito de facilitar la formación y el aprendizaje de las disciplinas en los estudiantes

La experiencia del Colegio San Pablo Bosa ha mostrado que son pocos los profesores que se han preocupado por conocer y comprender aspectos relacionados con el juego y las matemáticas como recurso generador de estrategias. Por esta razón, surgen los siguientes interrogantes que dan origen a la problemática sobre la cual se realiza la innovación: ¿Qué relación existe entre el juego lúdico “El Triángulo” y las matemáticas? ¿Cuál es la destreza o competencia que utilizan los estudiantes al enfrentarse a un juego de estrategia como lo es “El Triángulo”? ¿Qué tipo de sugerencias aportan los estudiantes en el juego?

Para dar solución a estos interrogantes los docentes optamos por aplicar el juego que dada sus características resulta pertinente, pues entre otros aspectos, ayuda a desarrollar el pensamiento, posee una gran diversidad de movimientos con las fichas, reconoce la necesidad del análisis intelectual que se enfoca en la utilización de una estrategia ganadora, además implica, como lo plantea George Polya (2003), que para resolver un problema que en este caso es una estrategia ganadora se necesita:

- Comprender el problema: como lo demostró el estudio del Ministerio de Educación Nacional –MEN–, en un gran porcentaje de los problemas de matemáticas consiste en que los alumnos no comprenden el problema, ya sea porque no saben leer comprensivamente o porque no saben qué operación deben realizar.
- Concebir un plan: cuando se entiende el problema se sigue un plan que puede tener varias alternativas.
- Ejecutar el plan: implica que se debe ejecutar este plan mediante la realización de pasos que son necesarios para ejecutarlo.
- Examinar la solución obtenida: no todas las soluciones son verdaderas, por tanto, es preciso verificar su validez.

Para llevar a buen término el proyecto se plantearon, entre otros, los siguientes objetivos: describir y analizar el juego “El Triángulo” en busca de las estrategias ganadoras que puede contener; lograr que los estudiantes conozcan, se motiven y dominen este juego; identificar las diferentes formas de estrategias y los procesos que se llevan a cabo en la solución del juego. Después se tomaron los pasos que realizaron los alumnos en el juego y se transpusieron en la solución de problemas matemáticos (Polya, 2003).

El presente estudio mostrará cómo los alumnos, mediante la utilización del juego de “El Triángulo”, se acercan con mayor interés y agrado a las matemáticas, hallando diferentes soluciones de juegos, que suponen diferentes estrategias que se pueden aplicar a esta área.

Por lo anterior, se está en condiciones de afirmar que esta innovación aporta y desarrolla fundamentos y habilidades sin duda útiles para las instituciones y organizaciones vinculadas a la educación, incluso en el nivel de la educación superior, que es donde se presentan los mayores problemas.

La innovación se desarrolló teniendo en cuenta el aprendizaje significativo que, como lo destaca Moreira (2005), en su artículo “Cambio conceptual: análisis crítico: propuestas a la luz de la teoría del significativo”, que implica atribuir significados al concepto de cambio conceptual, que no conlleven la idea de sustitución o reemplazo de concepciones en la estructura cognoscitiva del sujeto que aprende, y que se proponen significados en la línea del aprendizaje significativo.

Metodología

Se considera que los juegos constituyen un aporte importante en la enseñanza de las matemáticas, puesto que como lo indica Beatriz Villabrille (2010), es fundamental la elección del juego adecuado en los distintos momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje. Frente a un juego, sin lápiz y papel, se resuelven innumerables problemas matemáticos los cuales dan muchas ventajas pedagógicas, como por ejemplo:

- Motivar al alumno mediante dinámicas y situaciones atractivas y de carácter recreativo.
- Desarrollar habilidades y destrezas.
- Invitar e inspirar al alumno en la búsqueda de nuevos caminos en la solución de problemas.
- Romper con la rutina de los ejercicios mecánicos.
- Crear en el alumno una actitud positiva frente al rigor que requieran los nuevos contenidos a enseñar.
- Incluir en el proceso de enseñanza-aprendizaje a alumnos con capacidades y estilos de aprendizaje diferentes.
- Desarrollar hábitos y actitudes positivas frente al trabajo escolar.
- Estimular las cualidades individuales, entre ellas, la autoestima, la autovaloración y la confianza.

Juego “El Triángulo”

La elección de este juego respondió, entre otras razones, a que posee una gran posibilidad de movimientos; es fácil de entender; para su solución se necesita

una estrategia ganadora, que motiva a los estudiantes; se debe trazar un plan como una herramienta que permite reconocer la situación a la que se enfrenta el plantel educativo, el punto en que se encuentran los estudiantes: caracterizar su fortalezas y áreas de oportunidad; y proyectarse hacia metas de mejoramiento para cualificar la calidad de sus resultados.

De acuerdo con lo realizado se reconocen los momentos más relevantes del proceso de innovación, como se recoge a continuación.

Momento I. Conocimiento del juego

Objetivo: mediar, a través de las prácticas docentes, para que los alumnos conozcan el juego no como un simple tablero y unas fichas, sino como un juego donde tienen una importancia crucial las matemáticas, en particular, desde la concepción y configuración de los triángulos equiláteros.

Práctica: como primera medida, los estudiantes elaboraron una guía sobre los triángulos equiláteros, de ésta salió el modelo que deberían elaborar en madera (juego).

Fortalezas: se alcanzó el objetivo de dibujar un triángulo equilátero mediante dieciséis triángulos más pequeños.

Dificultades identificadas: se observaron ciertas complicaciones en el manejo de los instrumentos matemáticos, como el compás y la regla. En un comienzo, los estudiantes se mostraron pasivos, no entendían las reglas iniciales.

Puesta en marcha: después de conocida la guía, cada uno de los alumnos elaboró el juego en madera. Se indicaron las reglas del juego y su objetivo, se verificó a medida que iban jugando que fueran entendidas.

Proceso de observación: entre las observaciones registradas en esta fase caben mencionar las siguientes: en su mayoría los estudiantes realizan jugadas permitidas; algunos cometen errores frecuentes, como pasar por encima de dos canicas, saltar sin tener uniones, debido a las alturas de los triángulos equiláteros, saltar teniendo una casilla vacía en el medio.

Aprendizaje o ganancia: todos los alumnos entienden el juego y ya no cometen jugadas prohibidas.

Momento II. Conociendo y jugando

Objetivo: familiarizar a los alumnos con el juego, haciendo que jueguen sin ningún otro objetivo que el de conocerlo de primera mano.

Práctica: los estudiantes comienzan jugando en grupos, cada jugada la realiza una persona diferente, después de un tiempo ellos se dan cuenta que lo mejor es que cada uno de los estudiantes juegue por separado.

Fortalezas: sin ser explícita la intención del profesor, los estudiantes después

de jugar individualmente realizaron competencias (dejar el menor número de canicas) entre ellos, así la actividad permitió que los alumnos intercambiaran experiencias, se motivaran por el juego y se enfocaran en “ganar” de manera espontánea, autónoma y pertinente.

Dificultades identificadas: si bien los alumnos entienden la forma de jugar, se colocan como objetivo que les queden menos canicas que sus compañeros, no estudian las diferentes opciones de solución del juego, ni están atentos a cada una de las jugadas realizadas.

Puesta en marcha: para recordar los pasos realizados en cada una de las jugadas los estudiantes crearon los siguientes gráficos: por medio de flechas iban indicando cada una de las jugadas y enumerando cada paso; de esta forma enumeraban cada uno de los huecos del juego e indicaban cada paso por los números; dibujaban cada una de las jugadas, indicando su movimiento con una flecha.

Procesos observados: se observó una eficaz interiorización de las reglas del juego y una debida comprensión de que para ganar hay que hacer relaciones espaciales, realizar jugadas lógicas, tener un objetivo claro, entre otros requerimientos creativos y cognitivos.

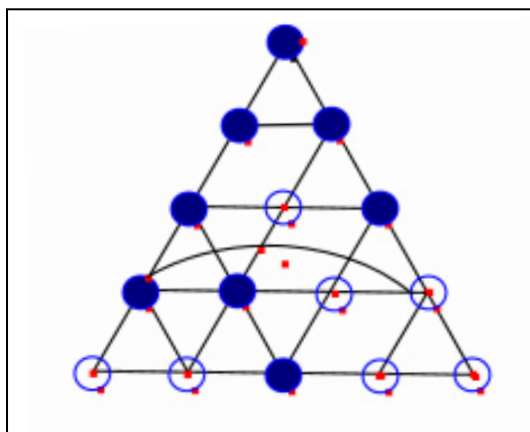
Aprendizaje o ganancia: esta segunda etapa sirvió para que los estudiantes no jugaran por jugar, sino que entendieran que tenían un objetivo “dejar una sola canica”. Esto los llevó a comprender la necesidad de construir un plan y unas hipótesis con base, incluso, en las faltas y errores cometidos y en los logros alcanzados. Para ello, se ayudaron con diferentes gráficos que les permitieron recordar las jugadas y verificar si estaban desarrollando bien el juego, algunos partieron de lo más sencillo a lo más complejo.

Es de señalar que en el segundo momento, los estudiantes asumieron el juego “El Triángulo”, como un juego de estrategia, comprendiendo que para ganar es necesario dedicar tiempo a cada una de las jugadas pensando en la siguiente, utilizando, como ya se aludió, el método ensayo y error.

Como lo indica Déniz (1999), un juego necesita siempre una manera de anotar las jugadas que se realizan, repetir las jugadas una vez que el juego ha terminado es esencial no sólo para retener la solución conseguida, sino también para analizar cualquier movimiento realizado. Ello permite tomar un nuevo camino o retroceder hasta encontrar el punto en que se toma una decisión equivocada.

Los distintos estudiosos de este juego han utilizado dos tipos: una notación numérica y otra cartesiana (figura 1).

Figura 1. Juego “El Triángulo”, anotaciones numérica y cartesiana



Fuente: Elaboración propia.

Momento III. Jugar y verificar

Objetivo: hacer que los alumnos tomen nota de cada una de sus jugadas y verifiquen sus diferentes hipótesis.

Práctica: en esta etapa los alumnos desarrollaron la guía en la que iban anotando cada una de las jugadas. Esto permitió verificar diferentes estrategias y dificultades en el desarrollo del juego. Se dedicaron a pensar en cada jugada, ya no utilizaron el método ensayo y error, sino que comprobaron algunas de sus hipótesis.

Fortalezas: comprobación de hipótesis por parte de los estudiante.

Dificultades: pasar lo que se hace en la práctica a una hoja de papel (pasar de la práctica a la teoría), escribir lo que hago y lo que pienso (estrategia).

Procesos observados: este tercer momento sirvió para que los estudiantes realizaran cada una de las jugadas como complemento de una siguiente; dándose cuenta que una jugada mal realizada no los llevaba al objetivo. Esto les hizo ver que no debían comenzar desde el principio sino desde donde se realizó la jugada incorrecta. Al 98% de los estudiantes les gustó el juego y tomaron la guía como una ayuda didáctica para descubrir la estrategia ganadora.

Aprendizajes o ganancia: el ingenio de los estudiantes para realizar diferentes estrategias se vio reflejado en la solución del juego, ya que se dieron dieciséis soluciones distintas.

Frente a las fortalezas y dificultades identificadas en este tercer momento, algunos estudiantes señalaron y destacaron, entre otras percepciones en el desarrollo de la guía que: “Al principio me pareció fácil, pero comencé a jugar y siempre me quedaban 2 ó 3 canicas, no era nada fácil” (Brayan Jaramillo, 801); “Aprendí el juego como si fuera por un camino y estuve todo el tiempo concen-

trado” (Eduar Celis, 802); este estudiante utiliza una buena comparación para desarrollar el juego. “Estuvo muy *bacano* porque era un juego como si estuviera resolviendo un laberinto” (Liceth Malaver, 803).

En cuanto a las fortalezas, por ejemplo, en esta etapa los alumnos desarrollaron la guía que les ayudó a comprobar algunas de sus hipótesis, por ejemplo mantener todas las bolas siempre cerca (Mayerli Salas, 801); ocupar el espacio vacío que deja una canica (David Beltrán, 804); formar una L y una V (Jenifer Galvis, 802); utilizar una línea diferente en cada una de las jugadas (Tatiana Mendoza, 804); tratar de sacar las de las puntas (Miguel Narváez, 802).

Los estudiantes desarrollaron el plan de mejoramiento, estrategia que implica varias actividades y para lo cual se apoyaron en la guía y en el docente para mejorar su estrategia en el juego. A partir de un diagnóstico específico: saber cómo es el juego, cómo lo van jugar, cómo es la relación de cada una de las jugadas y cómo tratar de ser amplios. Éste es el punto de partida para comenzar a trabajar sobre fortalezas y debilidades para mejorar.

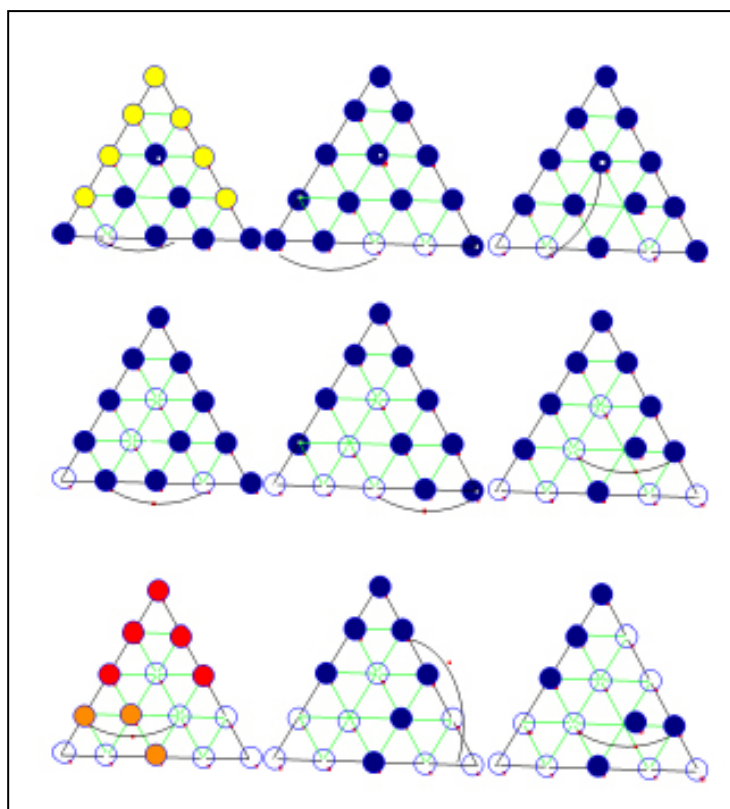
Estrategias

Como actividad final, los estudiantes expusieron los diferentes resultados; esta experiencia fue sorprendente, debido a que ellos descubrieron, en primer lugar, que hay solamente cinco posiciones del juego y que sólo basta girar el triángulo equilátero para identificar cada una de ellas y que se pueden solucionar utilizando la simetría; y en segundo lugar, dieron 16 formas diferentes de solución utilizando algunos conceptos de matemáticas, como la transformaciones geométricas. Un ejemplo es el siguiente:

Posición 1

Esta posición comienza dejando el hueco vacío en la parte inferior, entre el centro y la esquina; fue desarrollada por ocho alumnos de grado octavo (figura 2).

Figura 2. Juego “El Triángulo”, posición 1



Estrategia

Los estudiantes que realizaron este proceso sugirieron eliminar la parte inferior del triángulo, y así de las cinco canicas solamente queda una en el centro; en los primeros pasos, indicaron no mover las canicas que forman una “V” con el vértice superior, cada lado de cuatro canicas; formar una “V” de tres por tres canicas y una “L” de dos por dos; por último, optaron por formar una “L” grande de tres por tres.

En esta etapa los alumnos pusieron en práctica los planes e hipótesis y algunas de las ideas. Llevaron adelante la estrategia con decisión. La mayoría de los estudiantes crearon un plan para ganar y no se rindieron fácilmente, en la guía realizaron algunas de sus ideas y pudieron comprobar su estrategia. Aunque algunos de los estudiantes se desesperaron, la mayoría tomó con calma el juego y no paraban de jugar, cuando no les funcionaba la estrategia buscaban otra alternativa.

No consideraban que el juego estaba terminado cuando se halló la estrategia, se comprobó y se escribió, sino que se buscaba otra estrategia para otra posición. Para este nuevo reto se aprovechaban de las soluciones anteriores brindadas por las diversas experiencias, tratando de localizar la razón profunda del éxito de la estrategia.

Plenaria

Para describir las estrategias de los estudiantes se realizó una plenaria en la que se presentaron y se explicó puntualmente la manera cómo en cada caso se llegó a la solución del problema.

El desarrollo de esta innovación se llevó a través de una serie de actividades, que implicaban que no podría terminar cuando el estudiante lograra encontrar una o varias estrategias del juego “El Triángulo”, sino que era necesaria una validación de estas estrategias y dificultades.

Se desarrollaron dos guías para orientar el proceso de cómo era la figura del juego y para desarrollar por escrito la estrategia utilizada por los estudiantes.

Evaluación y seguimiento

La primera fuente de evaluación fue la guía dirigida a los estudiantes, instrumento que permitió conocer los distintos pasos que realizaron los alumnos para solucionar el juego y también para verificar la estrategia que cada uno de ellos utilizó para resolver la problemática enfrentada. En la guía los estudiantes pasaron de lo práctico a lo teórico, escribieron cada uno de los pasos, dibujaron allí las diferentes jugadas, como también escribieron las dificultades que se les presentaron y las estrategias que utilizaron para superarlas.

La segunda fuente fue el diario de campo, dado que la innovación es de tipo descriptivo, los datos proporcionados por la observación y consignados en los diarios de campo fueron leídos varias veces con el fin de verificar su pertinencia y sus características. Esta lectura permitió la reflexión acerca de la realidad observada. Por medio de notas marginales posteriormente subrayadas, se identificaron los aspectos relacionados con las estrategias que los estudiantes utilizaron como primera medida.

Para realizar validación de la innovación se efectuó una plenaria por cursos; en ellas, los estudiantes expusieron las dificultades que tuvieron con el juego y

sus aciertos, algunos de ellos expusieron sus estrategias con carteleras y realizaron el juego en un formato mayor, para que se dieran cuenta de cada una de las jugadas. Esta actividad siempre abría un espacio para la discusión en donde se debatían algunas de las hipótesis que ellos tenían al principio y para analizar cada una de las estrategias obtenidas.

Con la guía, el cuaderno de campo y la exposición de los alumnos se validó la investigación y se realizó una triangulación (Denzin & Lincoln, 2005); con estos datos se logró contrastar y corroborar la información obtenida por medio de las tres fuentes.

Como parte proyectiva de este trabajo se debe continuar en la búsqueda de la aplicación de las matemáticas que se puede construir con el juego “El Triángulo” como en otros campos del saber.

Resultados

Entre las ideas primarias para solucionar el juego están: no dejar canicas en los vértices del triángulo; no dejar tres canicas seguidas en la tercera línea; ocupar el sitio de la canica que salte, en lo más posible.

El 40% de los alumnos de séptimo, y aproximadamente un 50% de los alumnos de grado octavo, descubrieron que solamente hay cinco posiciones de inicio del juego (donde queda el hueco que no tiene canica), las demás son simetrías que al girar el triángulo resultan ser la mismas.

Algunos estudiantes del curso 804 y 701 les pareció más fácil comenzar con un número determinado de canicas, es así que comenzaron con tres, después cuatro, y fueron aumentando de una en una, cada una de estas situaciones se convirtieron en posiciones ganadoras.

Conclusiones

Entre las conclusiones más relevantes se destaca el ingenio de los estudiantes para realizar diferentes estrategias en la solución del juego “El Triángulo”; 16 soluciones distintas, en las cuales participaron la totalidad de los estudiantes realizando aportes a cada una de las estrategias es una evidencia de ello. Es de destacar también que el tiempo fue muy corto, ya que solamente se utilizaban algunas clases de matemáticas.

Los estudiantes de grado séptimo que llegaron a una solución fueron 46 alumnos, lo que equivale al 56,79%; y del grado octavo fueron 126 estudiantes, equivalente al 69,23%; esto indica que este juego es adecuado para estos grados.

Es evidente que los estudiantes utilizan procesos en la solución de juegos matemáticos en este caso “El Triángulo”, como los indicados por Miguel De Guzmán (2004).

A partir de esta experiencia, los profesores hemos comprendido y puesto en práctica que no vamos al aula de clase solamente a enseñar, en esta actividad los estudiantes nos enseñaron sus estrategias, reglas de aprendizajes, comportamientos, retos, etcétera, y nosotros acompañamos los procesos y mediamos cuando era pertinente.

En este sentido los profesores debemos tener en cuenta el gran aporte de los juegos, no sólo como una diversión o pasatiempo sino como una herramienta de enseñanza-aprendizaje valiosa, así como lo expresara Leibniz (1646-1716) en una carta fechada en el año 1715: y quien fuera un gran promotor de la actividad lúdica intelectual: “Nunca son los hombres más ingeniosos que en la invención de los juegos [...]. Sería deseable que se hiciese un curso entero de juegos, tratados matemáticamente”.

Referencias bibliográficas

De Guzmán, M. (2004). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

De Guzmán, M. (2004). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Recuperado el mayo de 2011, de www.aulamatematicas.org/Historiasyjuegos/grupo.htm

García Déniz M. (1999). *El solitario: un juego con mucho juego*. Madrid: Sociedad Canaria de Profesores.

Denzin, N., & Lincoln, Y. (2005). *Manual de investigación cualitativa*. Madrid: Gedisa.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia, MEN. (2010). *Al tablero*. Bogotá: MEN.

Moreira. (2005). *Cambio conceptual: análisis crítico y propuesta a la luz de la teoría del aprendizaje significativo*. Porto Alegre: Cornell University.

Polya, G. (2003). *Diversas estrategias para resolver problemas*. Barcelona: Número 10.

Schoenfeld, Alan. (2004). *Resolución de problemas de matemáticas y pensamiento*. San José de Miraflores: La Cantuta.

Villabrille, Beatriz (2010). *El juego de la enseñanza de las matemáticas*. Buenos Aires: Instituto Superior Pedro Poveda.

Bibliografía de consulta

Bueno, A. (abril de 2010). CEP de Albaceteissn: 1988-7922. *Revista Digital Programas*(2).

De Guzmán, M. (1984). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Recuperado el febrero de 2011, de <http://www.oei.es/oeivirt/edumat.htm>

García Déniz, M. (septiembre de 1997). *El solitario: un juego con mucho juego*. *Números*(31), 3-14.

Gil, D. (2004). *Enseñanza de las ciencias y las matemáticas: Tendencias e innovaciones*. Madrid: Popular.

Goetz, J. P., & Lecompte. (1989). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Akal.

Grupo de Matemáticas EPE. (2005). *Introducción a la Matemática contemporánea*. Bogotá: Corporación Escuela Pedagógica Experimental.

Mazón, J. (2003). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor.

Moreno, L. (agosto de 1992). *Constructivismo y educación matemática*. *Educación Matemática*, 4(2).

Moreno, L. (s.f.). *Breve historia de las Matemáticas en Castilla*. Obtenido de <http://www.abceps.es/revistacep>

Secretaría de Educación Pública de México. (s.f.). Recuperado el mayo de 2011, de <http://www.mat.uson.mx/depto/diplomado/secundaria/lecturas.pdf>

Tonucci, F. (1993). *¿Enseñar o aprender?* . Venezuela: Cooperativa Laboratorio Educativo.